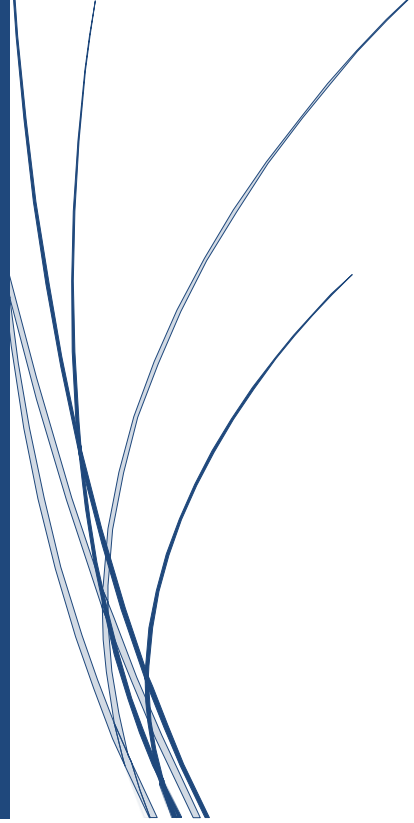


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.1.1

Πράξεις πραγματικών αριθμών

1) Να γίνουν οι πράξεις :

α) $-2+3-1+5+7-10$ β) $-(-1-2)+(-1-4)-5$ γ) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8}$

(Απ : α) 2 β) -7 γ) $\frac{7}{8}$)

2) Να γίνουν οι πράξεις :

α) $(-1)(-2)(+3)(-4)$ β) $1.2 \cdot (-3)(-10) \cdot 0 \cdot (-4)$ γ) $(-3) \cdot 8 + 4(-5-9+10)$
δ) $3 \cdot 2 + 4$ ε) $4 \cdot (-5) - (-2) \cdot (-3)$ ζ) $\frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{3}) - (1 - \frac{5}{12})$
η) $\frac{6}{4} : 3$ θ) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$ ι) $4 : \frac{7}{2} + \frac{5}{3}$

3) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης: $A = xy + 3x - 5(x + y) - 11$ για $x = -2$ και $y = 3$.

4) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$A = 2003 - \frac{6-10x+2(4x-y-3)}{3(x-z)+3(y+z)} - 2(x + \frac{1}{3}) - 2y$ αν $x+y=2003$ (Θαλής 2003)

Δυνάμεις πραγματικών αριθμών

5) α) Βρείτε την τιμή της παράστασης για $x = 2, y = -3$ $A = (x + y)^2$
β) Βρείτε την τιμή της παράστασης $B = x^2 + 2xy + y^2$ για $x = 2$ και $y = -3$.
Τι παρατηρείτε ?

6) Να απλοποιήσετε την παράσταση : $A = \frac{(-3)^3 + 2^5 + (-2)^3}{(-4)^2 - 5^2} : \frac{(-2)^4}{2^4 + (-3)^3}$

7) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Αριθμός	9	$\frac{1}{8}$	27	$\frac{16}{81}$	$\frac{144}{169}$	$\frac{1}{121}$	$\frac{8}{27}$
Δύναμη	3^2						

8) Να γράψετε καθεμία από τις παρακάτω παραστάσεις ως μια δύναμη .

α) $8 \cdot 2^5$

β) $9 \cdot 3^{-5}$

γ) $(-2)^7 \cdot 16 \dots$

δ) $(-3)^2 \cdot 3^5$

ε) $\frac{12^5}{(-3)^5} = \dots$

9) Να υπολογίσετε την παράσταση: $A = (-9)^2 + 4^3 - (-2)^3 - [(2^3 - 4) : 2 - 6]$

10) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\alpha-1}{\alpha-3} + \frac{1}{33} + \alpha^{-1} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{27}$,
αν $\alpha = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$ (Θαλής 2015)

Ρίζες πραγματικών αριθμών

15) Να υπολογίσετε (ή να απλοποιήσετε) τις παρακάτω παραστάσεις :

15.1. $\sqrt{4} + \sqrt{81} + \sqrt{100} - \sqrt{25} - \sqrt{36}$

15.9. $2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$

15.2. $\sqrt{(-5)^2} =$

15.10. $3\sqrt{2} - \sqrt{50} + \sqrt{32} - 6\sqrt{8}$

15.3. $(\sqrt{1821})^2 =$

15.11. $\sqrt{6}(\sqrt{27} - \sqrt{3}) =$

15.4. $\sqrt{20} =$

15.12. $(\sqrt{8} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{8} + \sqrt{3})$

15.5. $\sqrt{63} =$

15.13. $\sqrt{6\sqrt{12}\sqrt{3}\sqrt{9}} =$

15.6. $\sqrt{200} =$

15.7. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{18} =$

15.8. $4\sqrt{7} + 2\sqrt{7} =$

16) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων

α) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3}$

β) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} - 7\sqrt{\frac{121}{49}}$

γ) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

δ) $(\sqrt{7})^2 + \sqrt{81} - \sqrt{17^2} - \sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{3})^4$

17) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων :

α) $\sqrt{12} - \sqrt{75} - 2\sqrt{300}$

β) $\sqrt{8} - \sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{200}$

18) Να απλοποιήσετε την παράσταση : $A = \frac{\sqrt{20} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{12}}{\sqrt{45} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{27}}$

19) Να κάνετε τις πράξεις :

α) $\sqrt{2} \cdot (3\sqrt{8} - \sqrt{50})$

β) $\sqrt{3} \cdot (5\sqrt{12} - \sqrt{27})$

γ) $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})$

δ) $(1 - \sqrt{5}) \cdot (1 + \sqrt{5})$

20) Να βρείτε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι διαφορετικός από τους άλλους

α) $\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{3}{\sqrt{3}}$, $\frac{2}{\sqrt{12}}$

β) $3\sqrt{8}$, $\sqrt{72}$, $2\sqrt{18}$, $6\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$

21) Να βρείτε ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι ίσοι

i. $\alpha = \sqrt{8}$, $\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\gamma = 2\sqrt{2}$, $\delta = \frac{4}{\sqrt{2}}$, $\epsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sigma\tau = \sqrt{\frac{2}{4}}$

ii. $\alpha = \sqrt{3} + \sqrt{3}$, $\beta = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$, $\gamma = \sqrt{12}$, $\delta = \sqrt{3+3}$, $\epsilon = \sqrt{27} - \sqrt{3}$

22) Να υπολογιστεί η τιμή των παραστάσεων :

$$A = \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}} , \quad B = \sqrt{57 + \sqrt{44 + \sqrt{15 + \sqrt{99 + \sqrt{1}}}}}$$

23) Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί $\sqrt{2}$ και $\frac{(1+\sqrt{2})}{2+\sqrt{2}}$ είναι αντίστροφοι

24) Αν $x = \sqrt{2}$, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$A = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \text{ και της παράστασης } B = x^2 - 2x + 5\sqrt{2}$$

Το ίδιο αν $x = 3\sqrt{2}$

25) Αν $\alpha = 13 - 3 \cdot 5 - (-7 + 2)^2 - 5$ και $\beta = (-2)^3 + \sqrt{49} + (-1)^{12} + (\sqrt{3})^2$

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = -32$

β) Να αποδείξετε ότι $\beta = 3$

γ) Να υπολογίσετε την παράσταση $A = \frac{\sqrt{-\alpha + \beta \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt{98}}$

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.1.2 - Α.1.3 - Α.1.4 .

ΜΟΝΩΝΥΜΑ_ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

24) Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ και $Q(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

A) Ποιος είναι ο βαθμός του $P(x)$ B) Ποιος είναι ο βαθμός του $Q(x)$

Γ) Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

α) $P(2)$ β) $Q(-2)$ γ) $P(-1) + Q(-1)$ δ) $Q(\sqrt{5})$

ε) $P(x) + Q(x)$ στ) $P(x) - Q(x)$ ζ) $P(x) \cdot Q(x)$ η) $2P(x) + 3Q(x)$

θ) $P(2x)$ ι) $Q(x^2)$ κ) $Q(-3x)$

25) Να κάνετε τις πράξεις και να αποδείξετε ότι η παράσταση :

$A = 5x - 2x(3x - 1) - (6x - 1)(1 - x)$ ισούται με 1

26) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $1 + (x - 1)(x + 1)$ (Απ: x^2)

β) $1 - (3x^2 - 1)(3x^2 + 1) - 3x(x^3 + 2x)$ (Απ: $2 - 6x^2 - 12x^4$)

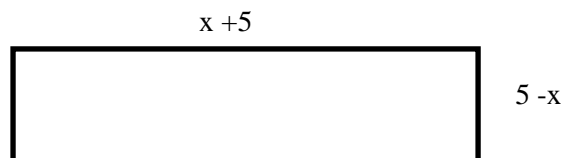
27) Το διπλανό ορθογώνιο έχει μήκη πλευρών $x+5$ και $5-x$

α) Να αποδείξετε ότι η περίμετρός του δεν εξαρτάται από το x

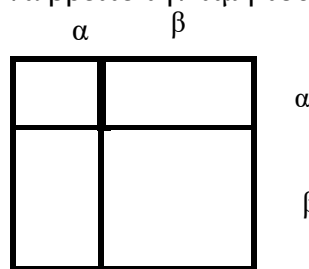
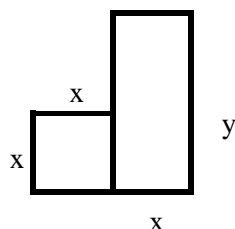
β) Να γράψετε ένα πολυώνυμο που δίνει το εμβαδόν του ορθογωνίου

γ) Αν το x είναι 3 να βρείτε το εμβαδόν του

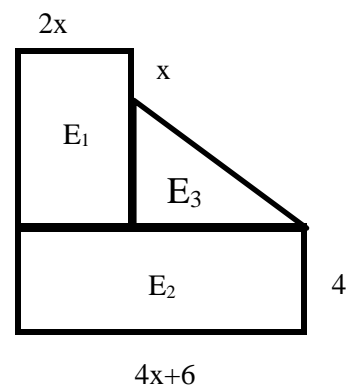
γ) Αν το εμβαδόν του είναι 9 να βρείτε την τιμή του x



28)



Στα παραπάνω σχήματα να εκφράσετε τα εμβαδά τους με αλγεβρικές παραστάσεις



29) Να υπολογίσετε ως πολυώνυμο του x τα εμβαδά E_1, E_2 (ορθογώνια) E_3 (ορθογώνιο τρίγωνο) καθώς και το συνολικό εμβαδόν του σχήματος

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.1.5

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

31) Χρησιμοποιώντας τις αξιοσημείωτες ταυτότητες να βρείτε τα αναπτύγματα στα παρακάτω

α) $(x+3)^2 =$	ζ) $(2x-3)^2 =$	ιγ) $(\frac{x-2}{y})(\frac{x+2}{y}) =$
β) $(\psi-2)^2 =$	η) $(x+2\psi)^2 =$	ιδ) $(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2})(\frac{\beta}{2} + \frac{\beta}{3}) =$
γ) $(x+1)^2 =$	θ) $(4x-3\psi)^2 =$	ιε) $(\chi+2)^3 =$
δ) $(\frac{\alpha+2}{3})^2 =$	ι) $(x+3)(x-3) =$	ιστ) $(\chi-1)^3 =$
ε) $(\frac{x+1}{x})^2 =$	ια) $(2x-1)(2x+1) =$	ιζ) $(3x-2)^3 =$
στ) $(\frac{x}{3} + \frac{y}{2})^2 =$	ιβ) $(4x-3\psi)(4x+3\psi) =$	ιη) $(\frac{x}{2} - 3)^3 =$

32) Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $A = 2(x-2)^2 - (x+3)^2 - (x-2)(x-3)$ (Απάντηση: $A = -9x - 7$)
β) $B = (3x-4)^2 + (3x+4)^2 - 2(3x-4)(3x+4)$ (Απάντηση $B = 64$.)

33) Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες:

α) $(x-1)(x+1)^3 - 2x(x-1)(x+1) = x^4 - 1$
β) $(\alpha - 3\beta)^2 + (3\alpha + 2\beta)(3\alpha - 2\beta) - (3\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + 4\beta^2$
γ) $\alpha(\alpha + 3\beta)^2 - \beta(\beta + 3\alpha)^2 = (\alpha - \beta)^3$

34) Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι $B\Gamma = \alpha^2 + \beta^2$, $A\Gamma = \alpha^2 - \beta^2$, $AB = 2\alpha\beta$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ έχει την γωνία Α ορθή.

35) Αν $x + y = 1$ και $x \cdot y = 1$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις :α)

$x^2 + y^2$ β) $5x^2 - 6xy + 5y^2$

36) Αν $x + \frac{1}{x} = 5$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

α) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ β) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

37) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$A = (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x^2+x+1) \cdot (x^2+x-1)$

$$B = (x^4 + 1)(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1).$$

$$\Gamma = (\alpha - 1)^2 - 2(\alpha^2 - 1) + (\alpha + 1)^2$$

$$\Delta = (3 - x)^2 + (3 + x)^2 - 2(x^2 - 9)$$

38) Δίνεται η παράσταση $A = (x + y)^2 + (2x - y)^2 - (x - y)(x + y) - x^2$

α) Να αποδείξετε ότι $A = 3x^2 + 3y^2 - 2xy$

β) Αν $x = \sqrt{2} - 1$ και $y = \sqrt{2} + 1$, να δείξετε ότι $A = 16$

39) Αν $A = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ και $B = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ τότε :

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων **A, B**

β) Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης $\Gamma = A \cdot B$ είναι ίση με 1

40) Με τη βοήθεια της ταυτότητας $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = 200^2 - 190^2$$

$$B = 111^2 - 11^2$$

$$\Gamma = 47^2 - 43^2$$

41) Με τη βοήθεια των ταυτοτήτων να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων: $A = 99^2 + 198 + 1$, $B = 1001^2 - 2002 + 1$

42) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $A = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$

β) $B = (\sqrt{11} - \sqrt{2})(\sqrt{11} + \sqrt{2})$

γ) $\Gamma = (2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{6})(2 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{6})$

δ) $\Delta = \frac{2 \cdot \sqrt{3} - 3\sqrt{7}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{3} + 3\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$

43) Αν $\alpha = \sqrt{8} + \sqrt{2}$ και $\beta = \sqrt{8} - \sqrt{2}$ να αποδείξετε ότι :

α) $\alpha^2 + \beta^2 = 16$

β) $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 14$

44) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές $2 + \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{2}$ και $2 \cdot \sqrt{3}$ είναι ορθογώνιο

45) Αν για τους αριθμούς α , β γνωρίζουμε ότι: $\alpha + \beta = \sqrt{5}$ και $\alpha - \beta = \sqrt{3}$ να δείξετε ότι $\alpha\beta = \frac{1}{2}$ και να υπολογίσετε το άθροισμα τετραγώνων των α , β .

46) Να αποδείξετε ότι:

α) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$

β) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha - \beta)$

47) Το άθροισμα δύο αντίστροφων αριθμών είναι $2\sqrt{2}$.

Να υπολογιστούν :

α) Το άθροισμα των τετραγώνων τους.

β) Το άθροισμα των κύβων τους

γ) Το τετράγωνο της διαφοράς τους και η διαφορά τους.

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.1.6

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

49) Να παραγοντοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις:

α) $5x^2 - 10x$

β) $4x^2y - 6x^2y$

γ) $6(\alpha-1)^2 - 2(1-\alpha)$

δ) $xy+6-3x-2y$

ε) $y^2 - 16$

στ) $4x^2 - 9$

ζ) $x^4 - y^4$

η) $3x^2 - 12$

θ) $x^2 - xy + \omega x - \omega y$

ι) $\alpha^3 - \alpha^2 - \alpha + 1$

ια) $2x+2y - \alpha x - \alpha y$

ιβ) $1 - \alpha + \alpha\beta - \alpha^2\beta$

ιγ) $x^4 - 16$

ιδ) $3y^4 - 3$

ιε) $8x^2 - 50y^2$

ιστ) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha + \beta$

ιζ) $9 - x^2 + 2xy - y^2$

ιη) $2x^4 + x^2 - 3$

ιθ) $3x^2 + 5x + 2$

ικ) $x^3 - 3x + 2$

50) Με την βοήθεια της παραγοντοποίησης να λύσετε τις εξισώσεις

50.1. $(x-1)3x - 2(x-1) = 0$

50.2. $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

50.3. $x^2 - 100 = 0$

50.4. $6x^2 - 8x = 0$

51) Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $x^2 - \alpha^2 + 2\alpha\beta - \beta^2$

ii. $\chi^2 - 6\alpha\chi + 9\alpha^2 - 25\psi^2$

iii. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \alpha + \beta$

iv. $\alpha^2 - \beta^2 + 4\beta - 4$

v. $\chi^2 + 4\chi\psi + 4\psi^2 - 9$

vi. $x^2 + 6x + 9 - \psi^2 + 2\psi - 1$

52) Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2$

ii. $25\alpha^2x^4 - 4\beta^2$

iii. $(4x + 2y)^2 - (2x - 3y)^2$

iv. $3\alpha^3\beta - 27\alpha\beta^3$

v. $(\alpha^2 + 1)^2 - 4\alpha^2$

vi. $5x^5 - 20xy^3$

53) Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $(x-y) - (\alpha + \beta)^2 \cdot (x-y)$

ii. $x^2y^2 - 9y^2 - x^2 + 9$

iii. $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - x^2 + 4x - 4$

iv. $y^2 + 2x - x^2 - 1$

v. $4(x+2y)^2 - 9(3x-y)^2$

54) Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις:

i. $(3x - 6) \cdot (x^2 - 1) - (5x - 10) \cdot (x - 1)^2$ ii. $\frac{5(4 - x^2)}{(x - 2)^2} -$

iii. $(\alpha^2 - 9) - (\alpha + 3)^2$

55) α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $3x^3 - 12x$
β) Να λύσετε την εξίσωση: $4x^3 = 12x + x^3$

56) Δίνεται η παράσταση $A = (4x - 3)^2 - (x - 4)(4x - 3)$

α) Να βρείτε το ανάπτυγμα της A

β) Να παραγοντοποιήσετε την A

γ) Να υπολογίσετε την A αν $x = 1 - \sqrt{2}$

δ) να λύσετε την εξίσωση $A = 0$

57) α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $\alpha^2\beta - \alpha + \beta - \alpha\beta^2$

β) Αν για τους άνισους αριθμούς α, β ισχύει: $\alpha^2\beta - \alpha = \alpha\beta^2 - \beta$ να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β είναι αντίστροφοι.

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.1.9 -Α.1.10

ΡΗΤΕΣ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

59. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις αφού πρώτα βρείτε για ποιες τιμές του χ ορίζονται.

α) $\frac{6x-8}{15x-20}$ β) $\frac{x^3-x^2}{x-x^2}$ γ) $\frac{x^2-2x+1}{x-x^2}$ δ) $\frac{x^2-6x+9}{x^3-9x}$ ε) $\frac{x^3-x^2-4x+4}{x^3-4x}$

60. Να γίνουν οι πράξεις :

α) $(1 + \frac{y}{x}) \cdot (\frac{x}{y} - 1)$ (Απ : $\frac{x^2-y^2}{xy}$)

β) $(\frac{\mu}{v} + \frac{v}{\mu}) : (\frac{1}{\mu} + \frac{1}{v})$ (Απ: $\frac{\mu^2+v^2}{\mu+v}$)

γ) $\frac{3\omega+6}{\omega^2-4} - \frac{4}{2\omega-4}$ (Απ: $\frac{1}{\omega-2}$)

δ) $\frac{\alpha}{\alpha+2} - \frac{2}{\alpha-2} - \frac{\alpha^2+4}{\alpha^2-4}$ (Απ: $\frac{4}{2-\alpha}$)

ε) $\frac{4}{x^2-1} - \frac{2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2+x}$ (Απ : $\frac{1}{x(x+1)}$)

στ) $(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta})(\alpha - \beta) - (\alpha + \beta)(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta})$ (Απ: $\frac{2(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$)

ζ) $(\frac{x+3}{x^2-1} + \frac{x+3}{(x-1)^2}) : \frac{x^2-3}{x-2x+1}$ (Απ: $\frac{2}{x+1}$)

η) $\frac{1-\alpha}{12} \cdot \frac{4}{1-\alpha^2} - \frac{\alpha^2-1}{2-2\alpha} + \frac{1-3\alpha^2}{6\alpha+6}$ (Απ : 1)

θ) $(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{2}{\alpha\beta}) : (\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta})^2$ (Απ : 1)

ι) $\frac{a-1}{a^2-4a+4} - \frac{a}{a-2} + \frac{1}{a^2-2a}$ (Απ: $\frac{-a^3+3a^2+2}{\alpha(\alpha-2)^2}$)

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α . 2 . 2 - 2.3 - 2.4

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Β ΒΑΘΜΟΥ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

61. Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $(x - 2)(x + 3) = 0$

ε) $x^2 = 2$

β) $(2x + 1)(3x - 12) = 0$

στ)

γ) $3x^2 - 12x = 0$

$(x - 1)(x - 2) = x(x - 1)(x + 3)$

δ) $9x^2 = 4$

62. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + 5x - 2 = 0$

α) Να βρείτε τα α,β,γ

β) Να υπολογίσετε την διακρίνουσα

γ) Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις λύσεις της εξίσωσης

63. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 3x + 5 = 0$

α) Να βρείτε τα α,β,γ

β) Να υπολογίσετε την διακρίνουσα

γ) Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις λύσεις της εξίσωσης

64. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 4 = 0$

α) Να βρείτε τα α,β,γ

β) Να υπολογίσετε την διακρίνουσα

γ) Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις λύσεις της εξίσωσης

65. Να λύσετε την εξίσωση:

$$(x - 2)(x + 3) - 2x(x - 2) = (3 - x)(x + 1)$$

66. Να λύσετε τις εξισώσεις

α) $(4x - 1)^2 - 9 = (x - 1)^2$

β) $\sqrt{2}x^2 + 5x + 2\sqrt{2} = 0$

γ) $\frac{5}{3}x^2 + \frac{x}{2} = 3$

δ) $2\sqrt{3}x^2 - 5x + \sqrt{3} = 0$

ε) $3x^2 - (5 - 3\sqrt{2})x + 15\sqrt{2} = 0$

67. Το γινόμενο δυο διαδοχικών φυσικών αριθμών είναι 240. Βρείτε τους αριθμούς.

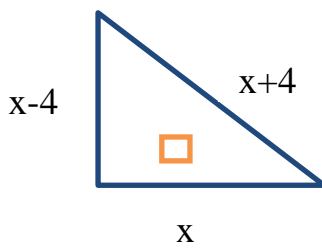
68. Να βρείτε δυο αριθμούς που έχουν άθροισμα 11 και γινόμενο 30.

69. Αν στο τετράγωνο ενός αριθμού προσθέσουμε το τριπλάσιό του θα βρούμε το 4. Ποιος είναι ο αριθμός.

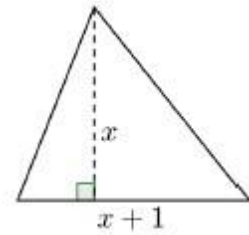
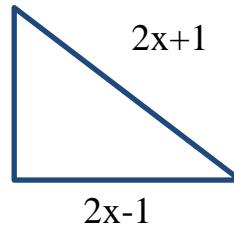
70. Να βρείτε δυο αριθμούς που το άθροισμά τους είναι 12 ενώ το άθροισμα των αντίστροφων τους να είναι $\frac{4}{9}$

71. Ένας αριθμός είναι ίσος με το δεκαπλάσιο του αντίστροφού του αυξημένο κατά 3. Να βρείτε τον αριθμό

72. Στα παρακάτω τρίγωνα να υπολογίσετε το x



X



$$E = 15\mu^2$$

73. Δίνεται το πολυώνυμο $A = (2x + 1)^2 - 3x(x + 1) - 7$

α) Να αποδείξετε ότι $A = x^2 + x - 6$

β) Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$

γ) Να λύστε την εξίσωση $\frac{A}{2} + \frac{x-2}{3} = 1$

74. α) Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 8x + 15 = 0$

β) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις $A = x^2 - 8x + 15$ και $B = 3x^2 - 27$

γ) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{x^2 - 8x + 15}{3x^2 - 27}$

75. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού κ η εξίσωση $(x + \kappa)^2 + 2(x + \kappa) = 15$ έχει ρίζα τον αριθμό 5.

76. Δίνεται το πολυώνυμο $A = (2x-1)^2 - 3(x-1)(x+1)$

α) Να αποδείξετε ότι $A = x^2 - 4x + 4$

β) Να λύσετε την εξίσωση $A = 0$

77. Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου είναι 600 τετραγωνικά μέτρα. Να βρεθούν οι διαστάσεις του αν διαφέρουν κατά 10 μέτρα.

78. Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 20 μέτρα και η μια πλευρά του είναι χ

α) Να εκφράσετε την άλλη πλευρά συναρτήσει του χ

β) Να εκφράσετε το εμβαδόν του συναρτήσει του χ

γ) Να βρείτε την πλευρά χ αν το εμβαδόν του είναι 21 τετραγωνικά μέτρα

79. Ένα εργοστάσιο για να κατασκευάσει x θρανία ξοδεύει

$\frac{1}{20}x^2 + 10x + 300$ ευρώ. Το κάθε θρανίο το πουλάει 30 ευρώ.

Πόσα θρανία πρέπει να πουλήσει η εταιρεία για να έχει κέρδος 1700 ευρώ;

80. α) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A = 2x^2 - 8x \quad B = 3x(x - 4) + 4(x - 4) \quad \Gamma = x^3 + x^2 + 5x + 5$$

β) Να αποδείξετε ότι $B - A = (x - 4)(x + 4)$

(Οι παραστάσεις A και B παραγοντοποιημένες)

γ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $B - A$ εάν $x = \sqrt{18}$

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α . 3. 1 - 3.2 - 3.3

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

81. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} \frac{3x+y}{4} + \frac{x+y}{5} = -1 \\ -\frac{x+2y}{3} - \frac{x-y}{4} = 3 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} 3(x+y) - 2(x-y) = 2 \\ -(x+y) + 4(x-y) = -14 \end{cases}$$

82. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} \frac{x+1}{2} + \frac{y+2(x+1)}{4} = \frac{2-x}{5} \\ \frac{x-1}{3} = \frac{3x+2y}{5} - \frac{11+x}{15} \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 2 \\ x + \sqrt{2}y = \sqrt{3} - 2 \end{cases}$$

83. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A(1,3) και B(-1,3).

84. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} x^2 + 3x = 0 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad \gamma) \begin{cases} x^2 + xy = 0 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \delta) \begin{cases} x^2 - 3x = -2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

85. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 7 \\ x^2 - 5y^2 = 1 \\ 6x \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases} \quad \gamma) \begin{cases} \frac{1}{x} \pm \frac{1}{y} = 0 \\ 2\chi + 5\psi = 12 \end{cases}$$

86. Να βρείτε τα α και β έτσι ώστε η εξίσωση $x^2 - (3\alpha + \beta)x + 2\beta = 0$ να έχει ρίζες το 1 και το 4.

87. Αν οι ευθείες $\epsilon_1 : (\kappa - 1)x + \lambda y = 26$ και $\epsilon_2 : (\kappa + 1)x - (\lambda + 1)y = 6$ τέμνονται

στο σημείο M (2,4), να υπολογίσετε τις τιμές των αριθμών κ , λ .

88. Να βρείτε ένα διψήφιο αριθμό που το άθροισμα των ψηφίων του είναι ίσο με 10 και αν εναλλάξουμε τα ψηφία του θα προκύψει αριθμός κατά 18 μικρότερος

89. Αν ο Μέγας Αλέξανδρος πέθαινε 9 χρόνια νωρίτερα, τότε ο χρόνος της βασιλείας του θα ήταν ίσος με το $\frac{1}{8}$ του χρόνου της ζωής του. Αν όμως πέθαινε 9 χρόνια αργότερα και εξακολουθούσε να βασιλεύει, τότε ο χρόνος της βασιλείας του θα ήταν ίσος με το $\frac{1}{2}$ του χρόνου της ζωής του. Να βρεθεί πόσα χρόνια έζησε ο

Μέγας Αλέξανδρος και πόσα βασιλέψε.

90. Σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ οι πλευρές του είναι $AB = 4x - 2y$, $BΓ = x + y - 3$ και $AΓ = 4y - 5x$. Να υπολογίσετε την περίμετρό του

91. Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{a+1}{2} - \frac{\beta+2\alpha+2}{4} = \frac{2-\alpha}{5} \\ \frac{a-1}{3} = \frac{3\alpha+2\beta}{5} - \frac{11+\alpha}{15} \end{cases}$$

α) Να αποδείξετε ότι το παραπάνω σύστημα είναι ισοδύναμο με το σύστημα

$$\begin{cases} 4\alpha - 5\beta = 8 \\ -3\alpha - 6\beta = -6 \end{cases}$$

β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

γ) Αν α και β είναι οι λύσεις του παραπάνω συστήματος να λύσετε την εξίσωση:

$$ax^2 - (\beta + 5)x + a + 1 = 0$$

92. $A = x(x + 2) - (x + 1)(x - 1) - 2(x - 2)$, $B = (2x - 3)^2 - (4x^2 - 12x + 10)$

α) Να αποδείξετε ότι $A = 5$ και ότι $B = -1$

β) Να λυθεί το σύστημα $\begin{cases} 2x - y = A \\ x + 3y = B \end{cases}$

93. Δίνεται η ευθεία $3x - 2y = 6$

α) Να εξετάσετε εάν το σημείο $A(1,2)$ ανήκει στην ευθεία

β) Να εξετάσετε εάν το σημείο $A(2,-1)$ ανήκει στην ευθεία

γ) Ένα σημείο έχει τεταγμένη -5 ποια πρέπει να είναι η τετμημένη του για να ανήκει το σημείο αυτό στην ευθεία.

δ) Σε ποιο σημείο η ευθεία αυτή τέμνει τον άξονα xx' ;

ε) Σε ποιο σημείο η ευθεία αυτή τέμνει τον άξονα yy' ;

στ) Να υπολογίσετε το εμβαδό που σχηματίζει ατή η ευθεία με τους άξονες.

94. Σε ένα αγρόκτημα υπάρχουν κόττες και κουνέλια. Όλα μαζί έχουν 40 κεφάλια και 114 πόδια. Να βρείτε πόσες είναι οι κόττες και πόσα τα κουνέλια.

95. Να επιλυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} 1 - \frac{x}{2} = \frac{x-2y}{3} \\ x - \frac{2x-y}{4} = \frac{y}{2} \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} \frac{7x+y}{3} - \frac{y-1}{2} = x+3 \\ \frac{x}{-} - \frac{9y-1}{4} = -x+1 \end{cases}$$

96. Αν το σύστημα $\begin{cases} 2\alpha x - \beta y = 2 - 1 \\ \beta x - \alpha y = 1 \end{cases}$ έχει λύση την $x = -1$ και $y = 1$, να βρείτε

τα α, β .

97. Αν το σύστημα $\begin{cases} (\alpha - 1)x + \beta y = \alpha + 3 \\ \alpha x + (2\beta - 1)y = 3\beta + 5 \end{cases}$ έχει λύση την $x = 3$ και $y = 2$,

να βρείτε τα α, β

98. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} (x - 2y)(x + y - 1) = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$

99. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών :

$\varepsilon_1 : y = 2x - 1$ και $\varepsilon_2 : y = x + 2$

100. Να επιλυθούν τα συστήματα:

α) $\begin{cases} 3 - 2(x - 3y) = y - x \\ x - (2y - 1) = y - 6 \end{cases}$ β) $\begin{cases} x - 2(x - y + 1) = 3y - 1 \\ 11 + 3(x - 1) = x - 2(y - 3) \end{cases}$

101.

Να επιλύσετε τα παρακάτω γραμμικά συστήματα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους:

α) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$, β) $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ + y = 6 \end{cases}$, γ) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ - 2y = 1 \end{cases}$, δ) $\begin{cases} -x + y = 0 \\ x - 5y = 4 \end{cases}$

α) $\begin{cases} 10x + 9y = \frac{11}{3} \\ -9x + 3y = -7 \end{cases}$, ζ) $\begin{cases} 4x - 16y = -19 \\ 2x + 8y = \frac{21}{2} \end{cases}$, η) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{54}{12} \end{cases}$

ε) $\begin{cases} \frac{x}{9} + y = -\frac{23}{54} \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 0 \end{cases}$, ι) $\begin{cases} 6 - \frac{y-x}{5} = \frac{x+y}{3} \\ \frac{x}{2} - \frac{y-x}{5} = \frac{x+y}{2} \end{cases}$, ια) $\begin{cases} x + 3y - \frac{x-1}{2} = 1 \\ x - \frac{x-3+y}{2} = \frac{1}{2}y \end{cases}$

θ) $\begin{cases} \frac{3x+2}{4} + \frac{2y+3}{5} = \frac{11}{10} \\ \frac{3(x+1)+2(y+3)}{2} + \frac{x}{3} + \frac{y-2}{4} = 4 \end{cases}$, ιβ) $\begin{cases} \frac{4}{15} - \frac{5y-3x}{3} = 2(x-y) \\ 2x + y - \frac{4}{5} = \frac{2x+y}{13} \end{cases}$

102. Να επιλύσετε τα παρακάτω γραμμικά συστήματα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους:

α) $\begin{cases} 2y - \frac{x-5}{3} = \frac{7}{2}(y-1) \\ \frac{y-3}{2} - \frac{2-5x}{3} = 2x \end{cases}$, β) $\begin{cases} \frac{3x+2y}{4} - \frac{5x-6y}{3} = x+2y \\ \frac{4(x-2y)}{2} + \frac{3y-2x}{3} = 3x-4y \end{cases}$

α) $\begin{cases} 15 - \frac{4}{2}(x+y) = \frac{2y-x}{7} \\ \frac{5}{x+y} - \frac{2}{y-x} = \frac{2}{7} \end{cases}$, δ) $\begin{cases} \frac{1}{3}\left(x-2-\frac{3y}{4}\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{y}{2}-\frac{1+x}{4}\right) = -1 \\ \frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{2}-\frac{2y-3}{3}\right) = \frac{3}{4}\left(\frac{2x+2}{3}-y\right) \end{cases}$

$$\varepsilon) \left\{ \begin{array}{l} \frac{3(x-1)(1+x)-2y}{18} + \frac{2x-(1+y)(1-y)}{3} - \frac{xy}{2} = \frac{(3x-4y)^2-x^2}{48} - \frac{4}{3} \\ \frac{(x-8)^2}{20} - \frac{9x-y}{45} - \frac{13}{3} = \frac{3x(x-2)-8y}{60} \end{array} \right.$$

$$\sigma) \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{xy} \\ \frac{2}{y} + 5 = 3 \end{array} \right. , \zeta) \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{9}{2xy} \\ |x+2y=3 \end{array} \right. , \eta) \left\{ \begin{array}{l} \frac{2(4+x)}{x+1} + 1 = \frac{6y-1}{2y-3} \\ \frac{x+2}{1-x} - \frac{1+4y}{2(2-y)} = 1 \end{array} \right. ,$$

$$\theta) \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{x-y} - \frac{2}{x-2} = \frac{3(y+3)}{(2-x)(x-y)} \\ \frac{4}{1-y} + \frac{5}{x+y} - \frac{2(x+3)}{(1-y)(x+y)} = 0 \end{array} \right. , \iota) \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{x+1} - \frac{5}{(x+1)(1-y)} = \frac{y}{y-1} \\ \frac{3x^2-1+2y^2}{xy} - \frac{2y-1}{x} = \frac{1+3x}{y} \end{array} \right.$$