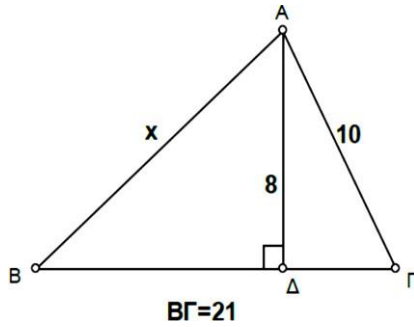


ΑΣΚΗΣΗ 1

Στο παρακάτω τρίγωνο να βρεθεί α) Το μήκος ΔΓ β) Το μήκος x

Λύση



α) Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΑΔΓ:

$$AG^2 = AD^2 + DG^2 \quad \text{άρα} \\ 10^2 = 8^2 + DG^2 \quad \text{άρα} \quad 100 = 64 + DG^2 \\ \text{άρα} \quad DG^2 = 100 - 64 \quad \text{άρα} \quad DG^2 = 36 \quad \text{άρα} \\ DG = \sqrt{36} \quad \text{άρα} \quad \boxed{DG = 6}$$

Αφού ΔΓ = 6 και ΒΓ = 21 άρα ΒΔ = 21 - 6 = 15
 άρα $\boxed{BD = 15}$

β) Για να βρούμε τώρα το x θα εφαρμόσουμε Π.Θ στο τρίγωνο ΑΒΔ . Έχουμε:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \quad \text{άρα} \quad x^2 = 8^2 + 15^2 \quad \text{άρα} \quad x^2 = 64 + 225 \quad \text{άρα} \quad x^2 = 289 \quad \text{άρα} \\ x = \sqrt{289} \quad \text{άρα} \quad \boxed{x = 17}, \text{ αφού } 17^2 = 289$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με περίμετρο 48cm. Αν $AB = 3x - 3$, $AG = 3x + 1$ και $BΓ = 4x$

(α) Να βρεθεί το x

(β) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο

α) Το τρίγωνο ΑΒΓ έχει περίμετρο 48 cm . Άρα Αν προσθέσω τα μήκη των τριών πλευρών του θα έχουν άθροισμα 48 cm . Οπότε: $AB + BΓ + AG = 48$ cm

$$\text{άρα} \quad (3x - 3) + (4x) + (3x + 1) = 48 \quad \text{άρα} \quad 3x - 3 + 4x + 3x + 1 = 48 \\ \text{άρα} \quad 3x + 4x + 3x = 48 - 1 + 3 \quad \text{Άρα} \quad 10x = 50 \quad \text{Οπότε} : x = \frac{50}{10} \text{ και τελικά } \boxed{x=5}$$

β) Αφού $x = 5$ οι πλευρές του τριγώνου θα είναι :

$$AB = 3x - 3 = 3 \cdot 5 - 3 = 15 - 3 = 12 \text{ cm} , \quad AG = 3x + 1 = 3 \cdot 5 + 1 = 15 + 1 = 16 \text{ cm} , \quad BΓ = 4x = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

Άρα λοιπόν $AB = 12\text{cm}$, $AG = 16\text{cm}$, $BΓ = 20\text{cm}$

Για να εξετάσουμε αν αυτό το τρίγωνο είναι ορθογώνιο θα χρησιμοποιήσουμε το αντιστρόφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Παίρνουμε την μεγαλύτερη πλευρά στο τετράγωνο $BΓ^2 = 20^2 = 400$

Παίρνουμε το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών :

$$AB^2 + AG^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$$

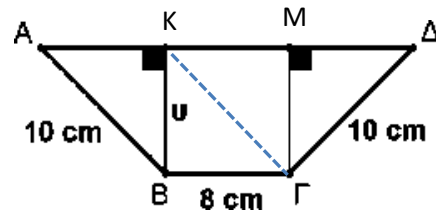
Αφού το τετράγωνο της υποτεινούςας είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο άλλων πλευρών το τρίγωνο είναι ορθογώνιο

ΑΣΚΗΣΗ 3

Σε ισοσκελές τραπέζιο με $AD//BG$ και $AB=GD$ δίνονται $AD=24\text{cm}$, $BG=8\text{cm}$, $GD=10\text{cm}$ και $AK = MD$

Να υπολογίσετε

- α) το ύψος του τραapeζίου.
β) το εμβαδό (ΑΒΓΔ) του τραapeζίου.



γ) Το μήκος του ΚΓ

δ) Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΚ

ε) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΚΓΔ είναι ορθογώνιο

α) Η πλευρά $AD = 24\text{ cm}$ και το $KMGB$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο . Άρα $KM = 8\text{ cm}$. Οπότε τα AK και MD μαζί και τα δύο θα είναι $24 - 8 = 16\text{ cm}$.

Όμως αφού τα AK και MD είναι ίσα άρα το καθένα θα είναι 8cm .

Εφαρμόζουμε τώρα Π.Θ στο AKB

$AB^2 = KA^2 + KB^2$ άρα $10^2 = 8^2 + v^2$ άρα $v^2 = 100 - 64$ άρα $v^2 = 36$ άρα $v = \sqrt{36}$ οπότε $v = 6$

β) Είναι $E = \frac{(B+b)v}{2} = \frac{(AD+BG)v}{2} = \frac{(24+8)6}{2} = \frac{32 \cdot 6}{2} = 96\text{ cm}^2$

γ) Με Π.Θ στο KBG έχουμε :

$KG^2 = BG^2 + KB^2$ άρα $KG^2 = 8^2 + 6^2$ άρα $KG^2 = 64 + 36$ άρα $KG^2 = 100$ άρα $KG = \sqrt{100}$ οπότε $KG = 10$

δ) Το εμβαδόν παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο της βάσης επί το αντίστοιχο ύψος

Άρα $(ABΓΚ) = BG \cdot v = 8 \cdot 6 = 48\text{ cm}^2$

ε) Για να εξετάσουμε αν το τρίγωνο $KΔΓ$ είναι ορθογώνιο θα χρησιμοποιήσουμε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Καταρχήν: $KΓ = 10$, $ΓΔ = 10$, $KΔ = KM+MD = 8+8=16$

Παίρνουμε την μεγαλύτερη πλευρά στο τετράγωνο $K^2 = 16^2 = 256$

Παίρνουμε το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών :

$$KF^2 + F^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200$$

Αφού το τετράγωνο της υποτεινουσας δεν είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο άλλων πλευρών το τρίγωνο δεν είναι ορθογώνιο