ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ 1^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑΣ- λύσεις

Άσκηση 1.

Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ισότητες παριστάνουν Ευκλείδειες διαιρέσεις

α) $80 = 9\cdot 8 + 8$ β) $65 = 7\cdot 9+2$

γ) $44 = 4\cdot 8 + 12$ δ) $35 = 5\cdot 6 + 5$ ε) $88 = 7\cdot 11 + 11$

α) όχι γιατί $υ = δ$ (αν $δ=8$) ή $υ < δ$ (αν $δ=9$) **β)** Είναι **γ)** όχι γιατί $12>8$, $12>4$

δ) όχι **ε)** όχι

Άσκηση 2.

Να βρείτε τρείς αριθμούς που όταν διαιρούνται με το 8 δίνουν υπόλοιπο 3.

Αφού οι αριθμοί διαιρούνται με το 8 , θα είναι $δ = 8$ και το υπόλοιπο θα είναι 3 άρα $υ = 3$.

Όμως $\mathbf{Δ = δ\cdot π+υ}$ άρα $Δ = 8\cdot π+3$. Αν βάλουμε τώρα στην θέση του π τρείς οποιουσδήποτε αριθμούς θα βρούμε τους αριθμούς που ζητούνται .

Για παράδειγμα για $π=1$ είναι $Δ = 8\cdot 1+3 =8+3=11$

για $π=2$ είναι $Δ = 8\cdot 2+3 =16+3 =19$

για $π=3$ είναι $Δ = 8\cdot 3+3 =24+3 =27$

Άσκηση 3.

Ποιοι αριθμοί όταν διαιρούνται με το 5 δίνουν πηλίκο 6;

Αφού οι αριθμοί διαιρούνται με το 5 θα είναι $δ = 5$ και το πηλίκο είναι 6 άρα $π = 6$.

Όμως $Δ = δ\cdot π+υ$ άρα $Δ = 5\cdot 6+υ$ άρα $Δ= 30+υ$

Όμως ξέρουμε ότι το υπόλοιπο είναι πάντα μικρότερο του διαιρέτη , άρα $υ<δ$ δηλαδή $υ <5$ δηλαδή $υ = 0,1,2,3,$

Αν βάλουμε τώρα στην θέση του $υ =0,1,2,3,4$ θα βρούμε τους αριθμούς που ζητούνται .

για $υ=0$ $Δ= 30+0 =30$

για $υ =1$ $Δ= 30+1 =31$

για $υ=2$ $Δ= 30+2 =32$

για $υ=3$ $Δ= 30+3 =33$

για $υ=4$ $Δ= 30+4 =34$

<u>Άσκηση 4.</u>

Δίνονται οι παραστάσεις:
α=$3^3+23+5\cdot(9-7)+8^2$ και β=$10^2+8\cdot7-4\cdot5^2$
α) Να αποδείξετε ότι α = 124 και β =56
β) Να εξετάσετε εάν ο αριθμός κ = α+β διαιρείται συγχρόνως με το 2 το 3 το 5 και το 9
γ) Να βρείτε το ΜΚΔ των αριθμών α$:4$ και β$:4$

α) *Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις , δυνάμεις , πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις , προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε :*

α = $3^3+23+5\cdot2+8^2=27+23+10+64=124$

$\beta=10^2+8\cdot7-4\cdot5^2=10^2+8\cdot7-4\cdot5^2$

$=100+8\cdot7-4\cdot25=100+56-100=56$

β) Ο αριθμός κ είναι κ=α+β=124+56 = 180 . Διαιρείται με το 2 αφού λήγει σε 2 και με το 3 αφού το άθροισμα των ψηφιών του είναι 3 , δηλαδή πολλαπλάσιο του 3

γ) $\frac{\alpha}{4}=\frac{124}{4}=31 \quad \kappa\alpha\iota \frac{\beta}{4}=\frac{56}{4}=14$.

Οπότε ΜΚΔ($\frac{\alpha}{4},\frac{\beta}{4}$) $=ΜΚΔ(31,14)$

Όμως με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων έχουμε :

31 = 1·31

14 = 2·7

Άρα ΜΚΔ(31,14) = 2·7·31 = 434

<u>Άσκηση 5.</u>

α) Να υπολογίσετε την παράσταση : α = $3^3-(3+2)^2+4\cdot6$
β) Να υπολογίσετε την παράσταση : β= $3\cdot(1+3)^2+2^2+2^3$
γ) Αν α = 26 και β =60 να αναλύσετε τους α, β σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
δ) Να βρείτε το ΕΚΠ (α,β) και το ΜΚΔ(α,β)
ε) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί Α και Β είναι πρώτοι ή σύνθετοι και αν είναι πρώτοι μεταξύ τους

α) *Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις , δυνάμεις , πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις , προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε :*

α = $3^3-(3+2)^2+4\cdot6=3^3-5^2+4\times6=27-25+4\times6$

$=27-25+24=26$

β) *Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις , δυνάμεις , πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις , προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε :*

β= $3\cdot(1+3)^2+2^2+2^3=3\times4^2+2^2+2^3=3\times16+4+8=$

$48+4+8=60$

γ) α=26 = 2·13

β=60 = 2·2·3·5= $2^2\times3\times5$

δ) ΕΚΠ(26,60) = $2^2\times3\times5\times13=780$

ΜΚΔ(26,60) = 2

ε) Αφού ΜΚΔ(α,β)=2 οι α,β δεν είναι πρώτοι μεταξύ τους. Για να ήταν θα έπρεπε ΜΚΔ(α,β)=1

<u>Άσκηση 6.</u>

Αποφασίσαμε να μεταφέρουμε καρέκλες από την τάξη μας στην κεντρική αίθουσα εκδηλώσεων. Αν για τη Μαρία περνάνε 12 δευτερόλεπτα για κάθε διαδρομή της, για τον Θανάση 15 δευτερόλεπτα για κάθε διαδρομή και για την Ανίτα 18 δευτερόλεπτα για κάθε διαδρομή, σε πόσο χρόνο θα συναντηθούν και οι τρεις μαζί κατά την μεταφορά των καρεκλών; Πόσες καρέκλες θα έχει μεταφέρει ως τότε ο καθένα τους;

Οι τρείς μαθητές ξεκίνησαν μαζί να μεταφέρουν καρέκλες .
Ο χρόνος που θα κάνει η Μαρία για να μεταφέρει καρέκλες θα είναι πολλαπλάσιο του 12 ,
Ο χρόνος που θα κάνει ο Θανάσης για να μεταφέρει καρέκλες θα είναι πολλαπλάσιο του 15,
Ο χρόνος που θα κάνει η Ανίτα για να μεταφέρει καρέκλες θα είναι πολλαπλάσιο του 18
Η πρώτη φορά που θα συναντηθούν και οι τρείς μαζί θα είναι το ΕΚΠ(12,15,18)
Όμως
12 = 2⋅2⋅3
15 = 3⋅5
18 = 2⋅3⋅3
Άρα ΕΚΠ(12,15,18) = $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$
Άρα θα συναντηθούν και οι τρεις μαζί κατά την μεταφορά των καρεκλών μετά από 180 λεπτά
Οι καρέκλες που θα έχουν μεταφέρει ως τότε θα είναι
Μαρία : $\frac{180}{12}$=15 , Θανάσης $\frac{180}{15} = 12$, Ανίτα $\frac{180}{18} = 10$

<u>Άσκηση 7.</u>

Να συμπληρώσετε κατάλληλα τα ψηφία στους παρακάτω αριθμούς:
α) …8…2 ώστε να διαιρείται με το 3 και το 9
β) 2…3… ώστε να διαιρείται με το 3 και το 5
γ) 2…3… ώστε να διαιρείται με το 5 και το 9
δ) 2…3… ώστε να διαιρείται με το 2 και το 9.

α) π.χ 5842 (έχει και άλλες λύσεις , πρέπει το άθροισμα των ψηφίων πολλαπλάσιο του 9)
β) π.χ 2430 , 2235
γ) 2430 , 2835
δ) π.χ 2232 5842 (έχει και άλλες λύσεις , πρέπει το άθροισμα των ψηφίων πολλαπλάσιο του 9 και να λήγει σε 2,4,6,8,0)

<u>Άσκηση 8.</u>

α) Να υπολογίσετε την παράσταση
A = $\mathbf{2 \cdot 3^2 \cdot (4^2 - 15) + 2 - 3(4 \cdot 5 - 18 + 4) + 2 \cdot 5}$
(Απάντηση A= 12)
β) Να υπολογίσετε την παράσταση B = $\mathbf{3^3 - 2^2 \cdot 4 + 7}$
(Απάντηση B =18)
γ) Αν A = 12 και B =18 να αναλύσετε τους A και B σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
δ) Να βρείτε τον ΜΚΔ(A, B) και τον ΕΚΠ (A,B)
ε) Να γράψετε την ευκλείδεια διαίρεση του A +B με το B-A+1
στ) Να εξετάσετε εάν ο αριθμός (3 ·B – 2·A) + (B –A)^2 διαιρείται με το 2 και το 3

α) *Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις , δυνάμεις , πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις , προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε*
A = $2 \times 3^3 \times (16 - 15) + 2 - 3 \times (20 - 18 + 4) + 2 \times 5 =$
=$2 \times 3^2 \times 1 + 2 - 3 \times 6 + 2 \times 5 =$
=$2 \times 9 \times 1 + 2 - 3 \times 6 + 2 \times 5 =$
=$18 + 2 - 18 + 10 = \ 12$

β) *Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις , δυνάμεις ,*

πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις , προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε

B=$3^3 - 2^2 \cdot 4 + 7 = 27 - 4 \times 4 + 7 = 27 - 16 + 7 = 18$

γ) 12 = 2·2·3 , 18 = 2·3·3

δ) ΜΚΔ(12,18) = $2 \times 3 = 6$
ΕΚΠ (12,18) = $2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

ε) A+B = 12+18 =30 B-A+1 = 18-12+1 = 7 και η ευκλείδια διαίρεση του 30 με το 7 είναι 30 = 4·7+2

στ) (3 ·B – 2·A) + (B –A)^2 =(3·18 -2·12)+(18-12)^2 = (54 -24)+6^2 = 30+ 36=66
ο οποίος διαιρείται και με το και με το 3