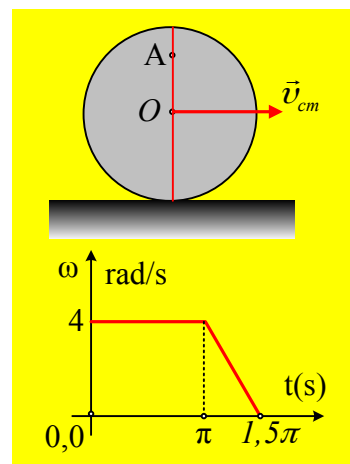


κύλιση τροχού

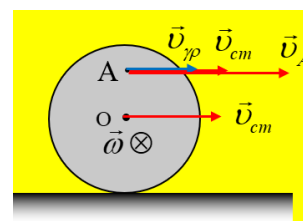
Ένας τροχός κέντρου O και ακτίνας $R=0,5\text{m}$ κυλιέται προς τα δεξιά σε οριζόντιο δρόμο, όπως στο σχήμα και σε μια στιγμή $t=0$, ένα σημείο του A βρίσκεται πάνω σε μια κατακόρυφη διάμετρό του, απέχοντας $0,8\text{m}$, από το έδαφος. Στο διάγραμμα του σχήματος, δίνεται η μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας του τροχού σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Να σημειώσετε στο σχήμα την γωνιακή ταχύτητα του τροχού τη στιγμή $t_0 = 0$ και την ταχύτητα του σημείου A . Ποιο το μέτρο της ταχύτητας αυτής.
- ii) Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών του τροχού, μέχρι τη στιγμή που αρχίζει να μειώνεται η γωνιακή του ταχύτητα.
- iii) Να υπολογιστούν η γωνιακή επιτάχυνση, καθώς και η επιτάχυνση του κέντρου O του τροχού, στο χρονικό διάστημα που ο τροχός επιβραδύνεται.
- iv) Ποιο το μέτρο της συνολικής μετατόπισης του σημείου A , μέχρι τη στιγμή που ο τροχός σταματά.

Απάντηση:

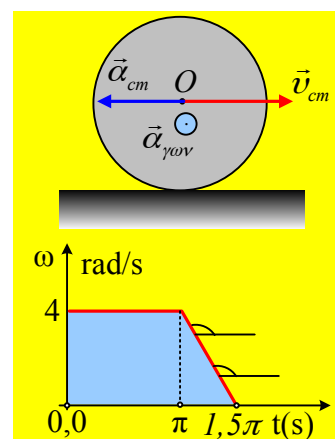
- i) Αφού ο τροχός κυλιέται προς τα δεξιά, στρέφεται δεξιόστροφα, οπότε η γωνιακή του ταχύτητα είναι διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, με φορά προς τα μέσα όπως στο σχήμα. Θεωρώντας εξάλλου την κίνηση ως σύνθετη, μια μεταφορική με ταχύτητα v_{cm} και μια στροφική με γωνιακή ταχύτητα ω , γύρω από το κέντρο O , το σημείο A έχει τις ταχύτητες του σχήματος, όπου $v_{\gamma\rho} = \omega \cdot (AO)$ με $(AO) = r = 0,3\text{m}$ συνεπώς έχει ταχύτητα v_A παράλληλη με το έδαφος, μέτρου:



$$v_A = v_{cm} + v_{\gamma\rho} = v_{cm} + \omega r = \omega R + \omega r = \omega(R + r) \rightarrow$$

$$v_A = 4(0,5 + 0,3)\text{m/s} = 3,2\text{m/s}$$

- ii) Η γωνιακή ταχύτητα αρχίζει να μειώνεται τη στιγμή $t_1 = \pi$ (s), οπότε μέχρι τη στιγμή αυτή στρέφεται κατά γωνία $\theta_1 = \omega t_1 = 4\pi \text{ rad}$, γωνία που αντιστοιχεί σε δυο περιστροφές του τροχού.
- iii) Στη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης, η κλίση στο διάγραμμα $\omega - t$ η κλίση παραμένει σταθερή, πράγμα που σημαίνει ότι η γωνιακή επιτάχυνση, παραμένει σταθερή. Η αλγεβρική τιμή της οποίας είναι ίση:



$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{1,5\pi - \pi} \text{rad/s}^2 = -\frac{8}{\pi} \text{rad/s}^2$$

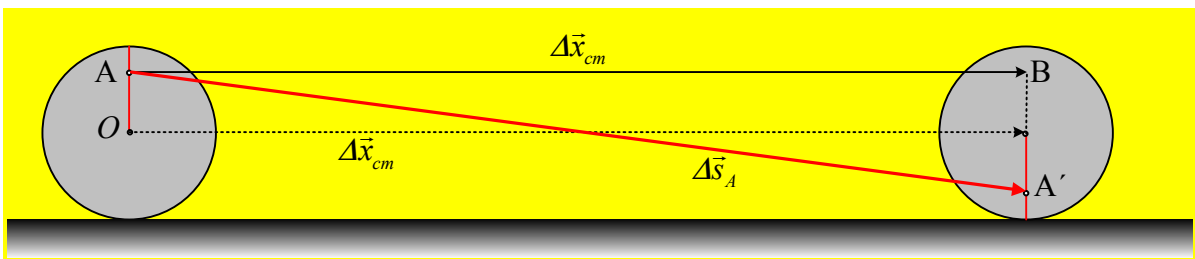
Η αρνητική τιμή της παραπάνω αλγεβρικής τιμής, σημαίνει ότι η γωνιακή επιτάχυνση, έχει αντίθετη φορά από το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας (την οποία δεχτήκαμε ως θετική), όπως στο σχήμα. Αλλά τότε και η επιτάχυνση του κέντρου μάζας έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα του κ.μ. όπως στο σχήμα, με μέτρο:

$$|\alpha_{cm}| = |a_{\gamma\omega\nu}| R = \frac{8}{\pi} \cdot 0,5 \text{m/s}^2 = \frac{4}{\pi} \text{m/s}^2$$

iv) Η ολική γωνιακή μετατόπιση του τροχού (η γωνία περιστροφής του) είναι αριθμητικά ίση με το εμβαδόν του γαλάζιου τραπεζίου στο διάγραμμα ω - t :

$$\theta = \frac{B + \beta}{2} \nu = \frac{1,5\pi + \pi}{2} \cdot 4 \text{rad} = 5 \text{rad} = (4\pi + \pi) \text{rad}$$

Πράγμα που σημαίνει ότι η ακτίνα που περνά από το σημείο Α έχει κάνει δυο περιστροφές και επιπλέον έχει στραφεί κατά γωνία π rad, οπότε το σημείο (ας το ονομάσουμε Α') βρίσκεται στην θέση του παρακάτω σχήματος, όταν σταματήσει η κύλιση.



Εξάλλου το κέντρο του τροχού Ο, έχει μετατοπισθεί κατά:

$$\Delta x_{cm} = \theta \cdot R = 5\pi \cdot 0,5 \text{m} = 2,5\pi \text{m} = 7,85 \text{m}$$

Στο σχήμα έχει σχεδιασθεί το διάνυσμα της μετατόπισης $\Delta \vec{s}_A$ του σημείου Α. Για το μέτρο της μετατόπισης αυτής, με βάση το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΑ' θα έχουμε:

$$\Delta s = \sqrt{(AB)^2 + (BA')^2} = \sqrt{(\Delta x_{cm})^2 + (2r)^2} \rightarrow$$

$$\Delta s = \sqrt{7,85^2 + 0,6^2} \text{m} = 7,87 \text{m}$$

