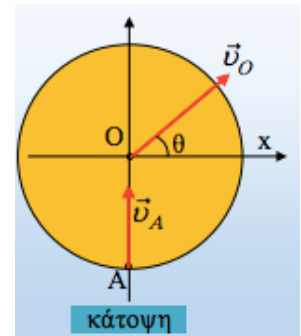


Η κίνηση ενός δίσκου

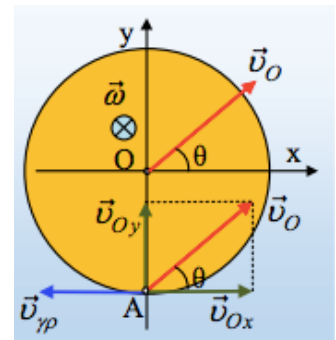
Ένας ομογενής δίσκος ακτίνας $R=0,4\text{m}$, κινείται σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο με το επίπεδό του οριζόντιο. Το κέντρο O του δίσκου έχει ταχύτητα μέτρου $v_o=5\text{m/s}$, η οποία σχηματίζει γωνία θ με την διεύθυνση x , ενώ το σημείο A , στο άκρο μιας ακτίνας, στη διεύθυνση y , έχει ταχύτητα στη διεύθυνση y , μέτρου $v_A=3\text{m/s}$, όπως φαίνονται και στο σχήμα (σε κάτωψη).



- i) Να βρεθεί η γωνία θ , της ταχύτητας του κέντρου O με τον άξονα x .
- ii) Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.
- iii) Να εξετασθεί αν υπάρχει σημείο B της διαμέτρου στη διεύθυνση x του δίσκου, το οποίο τη στιγμή αυτή να έχει ταχύτητα στη διεύθυνση x και αν ναι, να προσδιοριστεί η θέση και η ταχύτητά του.

Απάντηση:

Θεωρούμε την κίνηση του δίσκου ως σύνθετη, μια μεταφορική με ταχύτητα $v_{cm}=v_o$ και μια στροφική, γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο O του δίσκου. Αλλά τότε το σημείο A θα έχει τις ταχύτητες v_o και $v_{\gamma\rho}$, όπως στο διπλανό σχήμα, υποθέτοντας ότι η γωνιακή ταχύτητα έχει την κατεύθυνση του σχήματος.



- i) Με δεδομένο ότι το σημείο A έχει ταχύτητα στη διεύθυνση y , με ανάλυση της v_o σε δυο συνιστώσες, στους άξονες x και y , θα έχουμε:

$$v_A = v_{Oy} \rightarrow v_A = v_O \cdot \eta\mu\theta \rightarrow$$

$$\eta\mu\theta = \frac{v_A}{v_O} = \frac{3\text{m/s}}{5\text{m/s}} = 0,6$$

- ii) Από το Π.Θ. παίρνουμε:

$$v_{Ox}^2 + v_{Oy}^2 = v_O^2 \rightarrow v_{Ox} = \sqrt{v_O^2 - v_{Oy}^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} \text{m/s} = 4\text{m/s}$$

Ενώ η γραμμική ταχύτητα του σημείου A , λόγω της κυκλικής του κίνησης γύρω από το κέντρο O , έχει μέτρο $v_{\gamma\rho}=\omega \cdot R$. Αλλά τότε αφού η ταχύτητα του A κατευθύνεται προς το κέντρο, θα έχουμε:

$$v_{Ox} = v_{\gamma\rho} \rightarrow v_{Ox} = \omega \cdot R \rightarrow$$

$$\omega = \frac{v_{Ox}}{R} = \frac{4\text{m/s}}{0,4\text{m}} = 10\text{rad/s}$$

- iii) Αν υπάρχει σημείο B με ταχύτητα στη διεύθυνση x , τότε θα πρέπει να εξουδετερωθεί η συνιστώσα της ταχύτητας v_{Oy} , από την γραμμική ταχύτητα, λόγω της κυκλικής κίνησης.

Αλλά τότε το σημείο B πρέπει να είναι σημείο της διαμέτρου στη διεύθυνση x και να έχει γραμμική ταχύτητα αντίθετη της v_{Oy} . Έστω λοιπόν ότι αυτό ισχύει για το σημείο του παρακάτω σχήματος με απόσταση r , από το O :

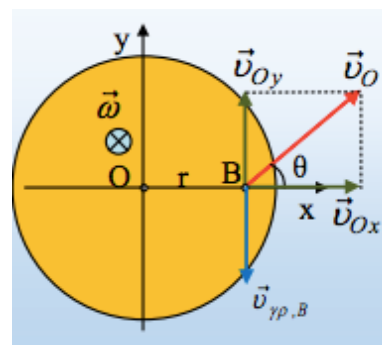
Τότε:

$$v_{Oy} = v_{\gamma\rho,B} = \omega \cdot r \rightarrow$$

$$r = \frac{v_{Oy}}{\omega} = \frac{3\text{m/s}}{10\text{rad/s}} = 0.3\text{m}$$

Αλλά τότε το σημείο Β θα έχει ταχύτητα στη διεύθυνση x, με κατεύθυνση προς τα δεξιά, μέτρου:

$$v_B = v_{Ox} = 4\text{m/s}$$



dmargaris@gmail.com