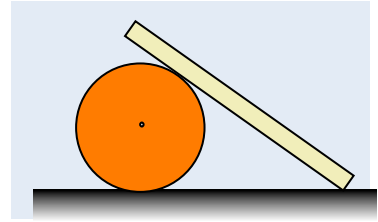


Ο κύλινδρος και η ράβδος

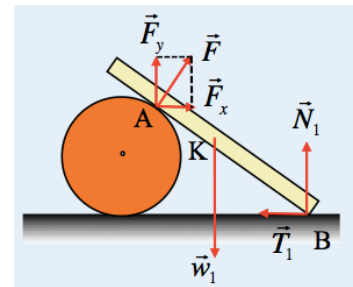
Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύλινδρος. Φέρνουμε μια ράβδο την οποία στηρίζουμε σε κάποιο σημείο της στο κύλινδρο και το άλλο άκρο της στο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Αν μεταξύ ράβδου και κυλίνδρου δεν αναπτύσσονται τριβές, ενώ τριβές εμφανίζονται μεταξύ των δύο σωμάτων και του επιπέδου:



- i) Αν υποθέσουμε ότι ο κύλινδρος ισορροπεί, να εξετάσετε αν μπορεί να ισορροπήσει και η ράβδος, τότε ισορροπεί και το σύστημα των δύο σωμάτων.
- ii) Αν υποθέσουμε ότι η ράβδος ισορροπεί, να εξετάσετε αν μπορεί να ισορροπεί και ο κύλινδρος, τότε εξασφαλίζεται και η ισορροπία του συστήματος.

Απάντηση:

- i) Έστω ότι ο κύλινδρος ισορροπεί (δεν μας ενδιαφέρει πώς μπορεί να συμβαίνει αυτό...), τότε εξετάζουμε αν μπορεί να ισορροπεί και η ράβδος. Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω της. Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει $\Sigma \vec{F} = 0$ και $\Sigma \vec{\tau} = 0$ ως προς οποιοδήποτε σημείο. Αναλύοντας δε την δύναμη από τον κύλινδρο σε δύο συνιστώσες θα πρέπει να ικανοποιούνται οι εξισώσεις:



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_x - T_1 = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_y + N_1 - w_1 = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma \tau_B = 0 \rightarrow w \cdot (KB) \sin \theta - F \cdot (AB) = 0 \quad (3)$$

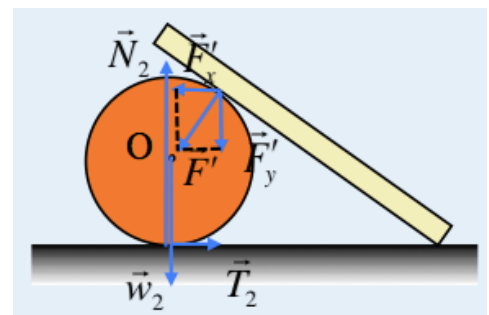
όπου θ η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με το επίπεδο. Αν εξετάσουμε την ισχύ των παραπάνω εξισώσεων, βλέπουμε ότι με κατάλληλες προϋποθέσεις (γωνία κλίσεως θ , συντελεστής τριβής, μήκος ράβδου...) θα μπορούσαν και οι τρεις να ικανοποιούνται, οπότε ΚΑΙ η ράβδος θα ισορροπούσε. Αλλά τότε με την προϋπόθεση ότι ισορροπεί ο κύλινδρος, θα ισορροπεί και το σύστημα των δύο σωμάτων.

- ii) Αν ισορροπεί η ράβδος, τότε σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στον κύλινδρο, όπως στο διπλανό σχήμα. Έτσι αν υποθέσουμε ότι ο κύλινδρος ισορροπεί θα πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη ισορροπίας, οπότε και οι εξισώσεις:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F'_x - T_2 = 0 \quad (1\alpha)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F'_y + w_2 - N_2 = 0 \quad (2\alpha)$$

$$\Sigma \tau_o = 0 \rightarrow w \cdot 0 + F' \cdot 0 + N_2 \cdot 0 + T_2 \cdot R = 0 \quad (3\alpha)$$



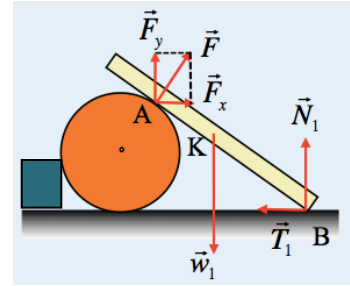
Η ύπαρξη της συνιστώσας F'_x επιβάλλει εμφάνιση τριβής αντίθετης κατεύθυνσης, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε αυτή η τριβή παρουσιάζει ροπή ως προς το κέντρο Ο της επίπεδης τομής του κυλίνδρου και η (3^α) παραπάνω εξίσωση, ΔΕΝ μπορεί να ισχύει. Άρα η υπόθεσή μας ότι ο κύλινδρος μπορεί να ισορροπεί, κατέληξε σε άτοπο.

Αλλά τότε και το σύστημα αυτό δεν μπορεί τελικά να ισορροπεί.

Σχόλιο:

Στο i) ερώτημα, με την υπόθεση ότι ο κύλινδρος ισορροπεί, καταλήξαμε ότι η ράβδος θα μπορούσε να ισορροπεί. Πώς γίνεται να ισορροπεί ο κύλινδρος; Έστω ότι βρίσκεται σε επαφή με ένα σκαλοπάτι, όπως στο διπλανό σχήμα.

Αν δεν υπάρχει κάποιο ανάλογο στήριγμα, που να ακινητοποιεί τον κύλινδρο, αυτός δεν γίνεται να ισορροπήσει και κατά προέκταση δεν μπορεί να ισορροπεί το σύστημα, αφού η δύναμη που θα ασκηθεί στον κύλινδρο από τη ράβδο θα προκαλέσει την εμφάνιση τριβής, η ροπή της οποίας, ως προς το κέντρο του κυλίνδρου, θα τον θέσει σε περιστροφή.



dmargaris@gmail.com