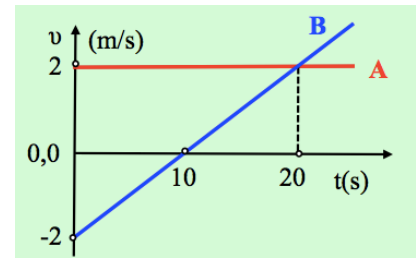


Δυο παιδιά περπατούν

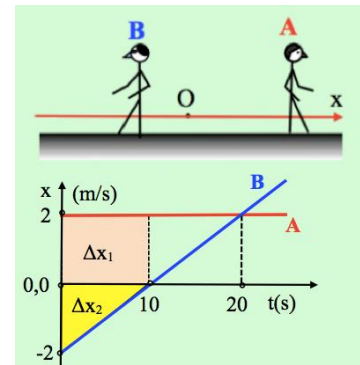
Δυο παιδιά, ο Άγγελος (A) και ο Βαλέριος (B), κινούνται σε έναν ευθύγραμμο δρόμο και σε μια στιγμή $t_0=0$ περνούν από ένα σημείο O, το οποίο λαμβάνουμε ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x ($x_0=0$), με θετική φορά προς τα δεξιά. Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα καθενός παιδιού, σε συνάρτηση με το χρόνο.)



- i) Να βρεθούν οι θέσεις των δύο παιδιών και η απόσταση μεταξύ τους τη χρονική στιγμή $t_1=10s$.
- ii) Ποια χρονική στιγμή t_2 η ταχύτητα του Βαλέριου είναι ίση με $v_2=+0,4s$; Ποια η απόσταση μεταξύ των δύο παιδιών τη στιγμή αυτή;
- iii) Αφού βρείτε (και δικαιολογήσετε) ποια χρονική στιγμή τα δυο παιδιά απέχουν την μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ τους, να υπολογιστεί η μέγιστη αυτή απόσταση.
- iv) Να βρείτε μια συνάρτηση $d=f(t)$ που δίνει την απόσταση των δύο παιδιών σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση, στο χρονικό διάστημα από 0-25s.

Απάντηση:

Με βάση τις αρχικές ταχύτητες των δύο παιδιών, καταλαβαίνουμε ότι ο Άγγελος περπατά με σταθερή ταχύτητα προς τα δεξιά, ενώ ο Βαλέριος με μεταβαλλόμενη κίνηση, προς τα αριστερά.



- i) Από τα αντίστοιχα εμβαδά στα χωρία του σχήματος, υπολογίζουμε την μετατόπιση (εδώ και την θέση αφού $x_0=0$) τη χρονική στιγμή t_1 :

$$\Delta x_1 = x_{A,1} = \beta v = 2 \cdot 10m = 20m$$

$$\Delta x_2 = x_{B,1} = \frac{1}{2} \beta v = \frac{1}{2} (-10) \cdot 2 = -10m$$

Συνεπώς η απόσταση μεταξύ των δύο παιδιών είναι:

$$d_1 = x_{A,1} - x_{B,1} = 20m - (-10m) = 30m$$

- ii) Η κλίση της ευθείας που παριστά την ταχύτητα του Βαλέριου σε συνάρτηση με το χρόνο, μας δίνει την επιτάχυνση. Η κλίση αυτή είναι σταθερή, συνεπώς η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη με επιτάχυνση:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=10s} \alpha = \frac{0 - (-2)}{10} m/s^2 = 0,2m/s^2$$

Συνεπώς για την κίνηση του Βαλέριου ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v_B = v_o + at \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x_B = x_B = v_o t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Λύνοντας την πρώτη εξίσωση ως προς το χρόνο, βρίσκουμε:

$$v_B = v_o + at \rightarrow at = v_B - v_o \rightarrow$$

$$t_2 = \frac{v_B - v_o}{a} = \frac{0,4 - (-2)}{0,2} s = 12s$$

Ο Άγγελος κινείται ευθύγραμμα ομαλά και τη στιγμή t_2 βρίσκεται στη θέση:

$$\Delta x_A = x_{A,2} = v_1 t_2 = 2 \cdot 12m = 24m$$

Ενώ για τον Βαλέριο αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση (2), παίρνουμε:

$$\Delta x_{B,2} = x_{B,2} = v_o t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 = (-2) \cdot 12m + \frac{1}{2} 0,2 \cdot 12^2 m = -9,6m$$

Συνεπώς η νέα απόστασή τους είναι:

$$d_2 = x_{A,2} - x_{B,2} = 24m - (-9,6m) = 33,6m$$

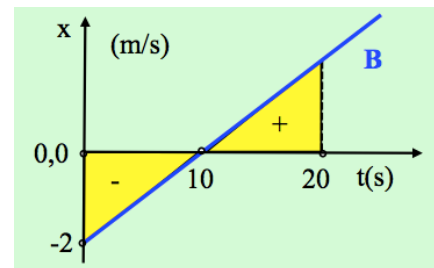
- iii) Αν παρατηρήσουμε τα αποτελέσματα για τις παραπάνω αποστάσεις d_1 και d_2 θα δούμε ότι $d_2 > d_1$ παρότι ο Βαλέριος σταμάτησε να περπατά προς τα αριστερά και άρχισε να κινείται και αυτός προς τα δεξιά, στην κατεύθυνση του Άγγελου. Αλλά επειδή η ταχύτητά του είναι μικρότερη από αυτή του Άγγελου, η απόσταση μεταξύ τους μεγαλώνει. Και θα μεγαλώνει για όσο χρονικό διάστημα ο Βαλέριος κινείται πιο αργά από τον Άγγελο. Αλλά τότε η μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο παιδιών θα είναι τη στιγμή όπου εξισώνονται οι δυο ταχύτητες (στη συνέχεια ο Βαλέριος θα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από τον Άγγελο και η απόστασή τους θα μικραίνει), δηλαδή τη στιγμή $t_3=20s$. Για τη στιγμή αυτή, θα έχουμε:

$$\Delta x_{A,3} = x_{A,3} = v_1 t_3 = 2 \cdot 20m = 40m$$

$$\Delta x_{B,3} = x_{B,3} = v_o t_3 + \frac{1}{2} a t_3^2 = (-2) \cdot 20m + \frac{1}{2} 0,2 \cdot 20^2 m = 0$$

Εναλλακτικά, με βάση τα δυο εμβαδά του σχήματος, όπου έχουμε δύο ίσα τρίγωνα, προκύπτει ότι $\Delta x_{B,3}=0$. Αλλά τότε:

$$d_{max} = x_{A,3} - x_{B,3} = 40m - 0m = 40m$$



- iv) Για μια τυχαία στιγμή t η απόσταση των δύο παιδιών, θα δίνεται από την σχέση:

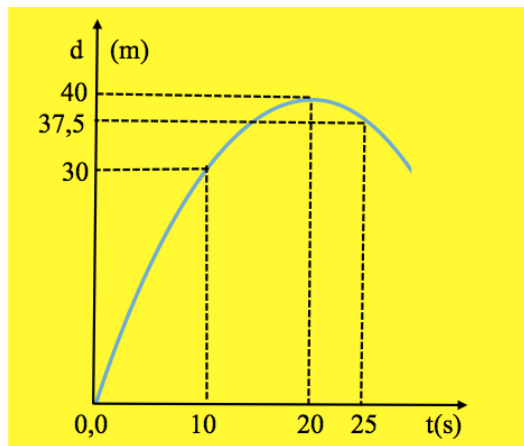
$$d = x_A - x_B = (v_1 t) - \left(v_{o,2} t + \frac{1}{2} a t^2 \right) = v_1 t - v_{o,2} t - \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{\text{αντικατάσταση}}$$

$$d = 2t - (-2)t - \frac{1}{2} 0,2 t^2 \rightarrow$$

$$d = 4t - 0,1t^2$$

Η παραπάνω συνάρτηση παριστά μια παραβολή με τα κοίλα κάτω, οπότε δίνοντας χαρακτηριστικές τιμές στο χρόνο, συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα, σχεδιάζοντας δίπλα την γραφική παράσταση:

t (s)	d (m)
0	0
10	30
12	33,6
20	40
25	37,5



dmargaris@gmail.com