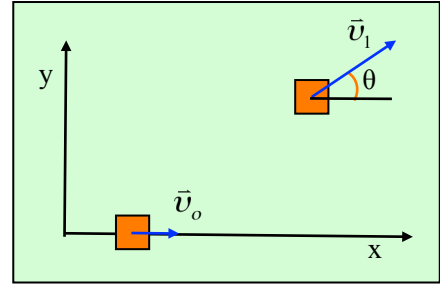


## Η μεταβολή της 76

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_0=1\text{m/s}$  ένα σώμα μάζας  $2\text{kg}$  στην διεύθυνση  $x$ , όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη  $F$  (κατά μέτρο και κατεύθυνση), με αποτέλεσμα μετά από  $3\text{s}$  το σώμα να έχει ταχύτητα μέτρου  $v_1=5\text{m/s}$  η οποία σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την διεύθυνση  $x$ , όπου  $\eta\mu\theta=0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$ .



- i) Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σώματος  $\Delta p_x$  και  $\Delta p_y$ , στις διευθύνσεις των αξόνων  $x$  και  $y$  στο παραπάνω χρονικό διάστημα, καθώς και η συνολική μεταβολή της ορμής του σώματος
- ii) Να βρεθεί η κατεύθυνση και να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης  $F$ .
- iii) Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης στο παραπάνω χρονικό διάστημα.
- iv) Ποια η στιγμιαία ισχύς  $P_0$  της δύναμης στην αρχική θέση; Στην τελική θέση η ισχύς της δύναμης είναι μεγαλύτερη, μικρότερη ή ίση με την ισχύ  $P_0$ ;

### Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα της αρχικής και της τελικής ορμής (η οποία έχει αναλυθεί σε δυο συνιστώσες στους άξονες  $x$  και  $y$ ). Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$p_0 = mv_0 = 2 \cdot 1 \text{kgm/s} = 2 \text{kgm/s} \text{ και}$$

$$p_1 = mv_1 = 2 \cdot 5 \text{kgm/s} = 10 \text{kgm/s}$$

Οπότε για τις μεταβολές της ορμής στους δυο άξονες, θα έχουμε:

$$\Delta p_x = p_{1x} - p_0 = p_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - p_0 = 10 \cdot 0,8 \text{kgm/s} - 2 \text{kgm/s} = 6 \text{kgm/s}$$

$$\Delta p_y = p_{1y} - 0 = p_1 \cdot \eta\mu\theta = 10 \cdot 0,6 \text{kgm/s} = 6 \text{kgm/s}$$

Ενώ η συνολική μεταβολή της ορμής, έχει μέτρο:

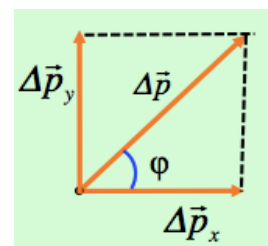
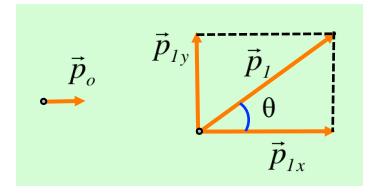
$$\Delta p = \sqrt{(\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} \text{kgm/s} = 6\sqrt{2} \text{kgm/s}$$

Ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία  $\varphi=45^\circ$  με την διεύθυνση  $x$ , αφού το σχηματιζόμενο παραλληλόγραμμο (βλέπε σχήμα) είναι τετράγωνο.

- ii) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Πράγμα που σημαίνει ότι η ασκούμενη οριζόντια δύναμη έχει την κατεύθυνση του διανύσματος  $\Delta \vec{p}$  σχηματίζει δηλαδή και η δύναμη γωνία  $45^\circ$  με την διεύθυνση  $x$ , έχοντας μέτρο:



$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{6\sqrt{2}}{3} N = 2\sqrt{2} N$$

iii) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα, μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης και λαμβάνοντας υπόψη ότι το βάρος και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου είναι δυνάμεις κατακόρυφες, συνεπώς κάθετες στην μετατόπιση και δεν παράγουν έργο, έχουμε:

$$K_{\tau} - K_{\alpha} = W_F \rightarrow$$

$$W_F = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 J - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 J = 24 J$$

iv) Για την στιγμιαία ισχύ μιας δύναμης έχουμε:

$$P = \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta x \cdot \sigma \nu \alpha}{\Delta t} = F \cdot v \cdot \sigma \nu \alpha$$

όπου F το μέτρο της δύναμης και v το μέτρο της ταχύτητας τη στιγμή αυτή.

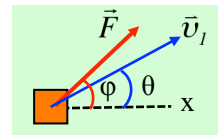
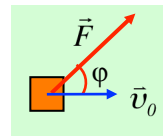
Στην αρχική θέση η γωνία μεταξύ δύναμης και ταχύτητας είναι  $\varphi=45^\circ$  οπότε παίρνουμε:

$$P_0 = F \cdot v_0 \cdot \sigma \nu \nu \varphi = 2\sqrt{2} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} W = 2W \quad (1)$$

Στην τελική θέση, η κατάσταση είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η δύναμη σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την διεύθυνση x, ενώ η ταχύτητα γωνία  $\theta$ . Αλλά τότε η γωνία μεταξύ ταχύτητα και δύναμης είναι ίση με  $\varphi-\theta$ . Έτσι για την στιγμιαία ισχύ θα έχουμε:

$$P_1 = F \cdot v_1 \cdot \sigma \nu \nu (\varphi - \theta) \quad (2)$$

Αν συγκρίνουμε τις (1) και (2) βλέπουμε ότι έχουμε την ίδια δύναμη, αλλά  $v_0 < v_1$  και  $\sigma \nu \nu \varphi < \sigma \nu \nu (\varphi - \theta)$ , αφού στο πρώτο τεταρτημόριο η συνάρτηση του συνημιτόνου είναι φθίνουσα (αν για δύο γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$  ισχύει  $\alpha < \beta$ , τότε  $\sigma \nu \alpha > \sigma \nu \beta$ ). Συνεπώς και  $P_0 < P_1$  ή αν προτιμάτε  $P_1 > P_0$ .



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)