

1ος ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΩΝ	
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ - ΤΜΗΜΑ :	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ :	ΜΑΘΗΜΑ:
ΕΠΙΤΗΡΗΤΗΣ :	ΔΙΔΑΚΤΗΡΙΟ: ΑΙΘΟΥΣΑ:
ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:	

ΘΕΜΑ Α

A1) Πότε δύο διανύσματα λέγονται συγγραμμικά; (μονάδες 0,5)

A2) Τί ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$; (μονάδες 1)

A3) Αν $\vec{\alpha} = (\chi_1, \psi_1)$ και $\vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα και θ είναι η γωνία που σχηματίζουν, να αποδείξετε ότι $\cos\theta =$

$$\frac{\chi_1\chi_2 + \psi_1\psi_2}{\sqrt{\chi_1^2 + \psi_1^2} \cdot \sqrt{\chi_2^2 + \psi_2^2}} \quad (\text{μονάδες 1,5})$$

A4) Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ).

i) Ισχύει ότι $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

ii) Ισχύει ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$

iii) Αν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$, τότε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$

iv) Ισχύει $|\vec{\alpha} - \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$ (μονάδες 2)

ΘΕΜΑ Β

B1) Σε τρίγωνο ABΓ είναι: $\vec{AB} = (-4, -6)$ και $\vec{AG} = (2, -8)$

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος \vec{AM} , όπου AM είναι η διάμεσος του τριγώνου ABΓ. **(Μονάδες 0,5)**

β) Να αποδείξετε ότι η γωνία A είναι οξεία. **(Μονάδες 2)**

γ) Αν στο τρίγωνο ABΓ επιπλέον ισχύει A(3,1), να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του B και Γ. **(Μονάδες 1)**

B2) Δίνονται \vec{a} και $\vec{\beta}$ με $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$

$|\vec{a}| = \sqrt{2}$ και $|\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$ να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $2\vec{a} + \vec{\beta}$ **(Μονάδες 1,5)**

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Δίνεται τρίγωνο ABΓ και σημεία Δ και Ε του επιπέδου τέτοια, ώστε $\vec{AD} = 2\vec{AB} + 5\vec{AG}$ και $\vec{AE} = 5\vec{AB} + 2\vec{AG}$

α) Να γράψετε το διάνυσμα \vec{DE} ως γραμμικό συνδυασμό των \vec{AB} και \vec{AG} **(Μονάδες 1)**

β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα \vec{DE} και \vec{BG} είναι παράλληλα. **(Μονάδες 1)**

Γ2) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{AB} = (\kappa^2 - 6\kappa + 9, \kappa - 3)$ και $\vec{AG} = (1, 6)$, όπου $\kappa \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{AB} \cdot \vec{AG}$ **(Μονάδες 1,5)**

β) Να βρείτε τις τιμές του κ , ώστε τα διανύσματα \vec{AB} και \vec{AG} να είναι κάθετα.

(Μονάδες 0,5)

γ) Για $\kappa = 1$ να βρείτε το διάνυσμα \vec{BG} **(Μονάδες 1)**

ΘΕΜΑ Δ

Για τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ ισχύουν οι σχέσεις $2\vec{a} + 3\vec{\beta} = (4, -2)$ και $\vec{a} - 3\vec{\beta} = (-7, 8)$.

α) Να αποδείξετε ότι $\vec{a} = (-1, 2)$ και $\vec{\beta} = (2, -2)$. **(Μονάδες 1)**

β) Να βρείτε τη γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\beta}$ με τον άξονα $x'x$. **(Μονάδες 1,5)**

γ) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό κ , ώστε τα διανύσματα $\kappa\vec{a} + \vec{\beta}$ και $2\vec{a} + 3\vec{\beta}$ να είναι κάθετα. **(Μονάδες 1)**

δ) Να αναλύσετε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = (3, -1)$ σε δύο κάθετες συνιστώσες, από τις οποίες η μια να είναι παράλληλη στο διάνυσμα \vec{a} . **(Μονάδες 1,5)**