

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ (3.3 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Β' ΒΑΘΜΟΥ)

1) Να λύσετε τις εξισώσεις :

i) $x^2 - 5x + 6 = 0$ ii) $x^2 - 6x + 9 = 0$ iii) $(x-2)^2 + 3x = 2$

iv) $x^2 - 9x = 0$ v) $x^2 - 9 = 0$ vi) $2x^2 - 72 = 0$ vii) $\frac{x^2}{6} - \frac{1}{2}x = 0$

viii) $\frac{(x-9)^2}{3} = 27$ ix) $2x^2 + 8x - 10 = 0$ x) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

xi) $-2x^2 - 5x + 3 = 0$ xii) $-3x^2 + 12 = 0$

2) Να λύσετε τις εξισώσεις :

i) $(2x-1)^2 - (3-x)^2 = (x+1)(2x-1)$

ii) $(x-2)^2 - (x-1)(x+1) = (x+3)^2 - 6x$

iii) $(x+2)^3 - x(x-3)^2 = 15 - (3x-1)(1-3x)$

ΤΥΠΟΙ ΤΟΥ VIETA:

3) Να βρείτε την εξίσωση 2ου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς :

i) -5 και 2 ii) 4 και $\frac{1}{4}$ iii) $1-\sqrt{7}$ και $1+\sqrt{7}$ iv) $-\sqrt{2}-\sqrt{5}$ και $-\sqrt{2}+\sqrt{5}$

4) Να βρείτε δυο αριθμούς, εφόσον υπάρχουν, που να έχουν:

i. Άθροισμα 2 και γινόμενο -1

ii. Άθροισμα $\frac{5}{6}$ και γινόμενο $\frac{1}{6}$

5) Να προσδιορίσετε τις ρίζες των παρακάτω εξισώσεων, χωρίς να υπολογίσετε τη διακρίνουσα τους.

i) $x^2 - 5x + 6 = 0$ ii) $x^2 - 8x + 15 = 0$ iii) $x^2 + x - 12$

6) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3x + 1 = 0$, να βρείτε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

i) $x_1 + x_2$ ii) $x_1 x_2$ iii) $x_1^2 + x_2^2$ iv) $x_1^3 + x_2^3$ v) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ vi) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

7) Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης: $x^2 - 3x - 5 = 0$. Να βρείτε εξίσωση 2ου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς:

i) $x_1 + 2, x_2 + 2$ ii) $2x_1 - 3, 2x_2 - 3$ iii) $x_1^2 + x_2^2$ iv) $x_1^3 + x_2^3$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ Β' ΒΑΘΜΟΥ :

8) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

i) $x^2 - 7|x| + 8 = 0$

ii) $5x^2 + 3|x| + 1 = 0$

iii) $6x^2 + 5|x| - 11 = 0$

iv) $x^4 + x^2 - 6 = 0$

v) $2x^4 + 10x^2 + 7 = 0$

vi) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

9) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

i) $3(x+5)^2 + 2|x+5| - 5 = 0$

ii) $2\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 - \left|\frac{5x}{2} - 5\right| + 2 = 0$

iii) $(x-4)^4 - 7(x-4)^2 + 6 = 0$

iv) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 + 35\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + 216 = 0$

v) $(x+2)^2 - 2\sqrt{x^2 + 4x + 4} - 15 = 0$

vi) $(|x|-3)^2 - 3\sqrt{|x|^2 - 6|x| + 9} - 4 = 0$

10) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

i) $\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} + \frac{x-4}{x^2 + 2x} = 0$

ii) $\frac{x^2 + 5}{x^2 - x} - \frac{x+5}{x-1} = \frac{1}{x}$

iii) $\frac{1}{x^2 - 2x} + \frac{x-1}{x} = \frac{x}{x-2}$

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΟΡΦΗ :

11) Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω εξισώσεις έχουν πραγματικές ρίζες

i) $x^2 + (\lambda + 1)x + \lambda = 0$ ii) $3x^2 + 2\lambda x - \lambda^2 = 0$

12) Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση : $x^2 + (\lambda + 1)x + \lambda^2 = 0$ έχει μια διπλή ρίζα.

13) Δίνεται η εξίσωση : $x^2 + (\lambda - 2)x - 2\lambda = 0$ (1).

i) Να αποδειχτεί ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ έχει πραγματικές ρίζες.

ii) Να βρεθεί για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η (1) έχει ρίζες αντίθετες.

iii) Να βρεθεί για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η (1) έχει ρίζες αντίστροφες.