

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
2^ο ΚΑΙ 3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΘΕΜΑ Α**A1.**

- i. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ $a \neq 0$, να αποδείξετε ότι : $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ και $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.
- ii. Με τη βοήθεια των παραπάνω τύπων, να αποδείξετε ότι η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ $a \neq 0$ μετασχηματίζεται σε $x^2 - Sx + P = 0$.

Μονάδες 10+5

A2. Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστή** (Σ) ή **Λανθασμένη** (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις και να γράψετε στο τετράδιο **ΜΟΝΟ** την απάντησή σας .

- i. Αν $\beta < \alpha$, τότε : $\sqrt{(\beta - \alpha)^2} = \alpha - \beta$.
- ii. Η εξίσωση $\alpha \cdot x = \beta$ έχει μοναδική λύση αν $\alpha \neq 0$.
- iii. Στην εξίσωση $5x^2 - 7x + 1 = 0$ το άθροισμα των ριζών ισούται με $\frac{7}{5}$ και το γινόμενο των ριζών ισούται με $-\frac{1}{5}$.
- iv. Η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$ είναι πάντα 2^{ου} βαθμού.

- v. Αν γνωρίζουμε $\frac{\alpha}{\gamma} < 0$, τότε γνωρίζουμε ότι η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει πάντα δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση : $K = \frac{\sqrt{y^2 - 4y + 4}}{y - 2} - \frac{\sqrt{y^2}}{y}$,

B1. Αν για τον πραγματικό αριθμό y ισχύει : $d(y,1) < 1$ να αποδείξετε ότι $K = -2$.

Μονάδες 10

B2. Για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι:

- $|1 - 3\alpha| < -K$
- Η απόσταση του αριθμού β από τον αριθμό 2 είναι μικρότερη του 1.
 - i. Να αποδειχθεί ότι $-\frac{1}{3} < \alpha < 1$.
 - ii. Να αποδειχθεί ότι : $1 < \beta < 3$
 - iii. Να αποδειχθεί ότι $|\beta - 3\alpha - 1| < 3$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

- i. $x^4 + 8x = 0$
- ii. $\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} + \frac{x - 4}{x^2 + 2x} = 0$
- iii. $\frac{|x| - 4}{5} = \frac{|x| - 3}{2} + \frac{4|x| - 1}{3}$
- iv. $2x^4 + 10x^2 + 7 = 0$

Μονάδες 20

Γ2. Να λυθεί η εξίσωση: $\lambda(\lambda - 4)x = 4(\lambda - 4)$ για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση : $2x^2 + (\lambda - 9)x + \lambda^2 + 3\lambda + 4 = 0$ (1)

Δ1. Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ.

Μονάδες 8

Δ2. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) έχει μια διπλή ρίζα.

Μονάδες 7

Δ3. Αν x_1, x_2 είναι 2 ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει : $x_1 \cdot x_2 = x_1 + x_2$.

Μονάδες 10

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ